

## **EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA EM SIMULAÇÃO DE DIFERENTES NÍVEIS DE ENSINO A PARTIR DE UMA SITUAÇÃO REAL**

**LINEAR DIOPHANTINE EQUATIONS: A DIDACTIC APPROACH IN THE SIMULATION OF DIFFERENT EDUCATION LEVELS FROM A REAL SITUATION**

**ECUACIONES DIOFANTINAS LINEALES: UN ENFOQUE DIDÁCTICO EN LA SIMULACIÓN DE DIFERENTES NIVELES DE ENSEÑANZA A PARTIR DE UNA SITUACIÓN REAL**

**Elexandre Bezerra de Lima<sup>1</sup>, Maria Isabelle Silva<sup>2</sup>**

**DOI:** 10.54899/dcs.v23i96.6829

**Recibido:** 29/08/2026 | **Aceptado:** 04/09/2026 | **Publicación en línea:** 17/09/2026.

### **RESUMO**

Este artigo descreve uma experiência pedagógica realizada durante um seminário da disciplina Fundamentos de Teoria dos Números do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática de uma universidade do estado da Paraíba, no contexto de um mestrado acadêmico em Educação Matemática. A atividade sugeriu a solução de um problema relacionado ao conteúdo Equações Diofantinas Lineares, “O Desafio da Feira de Robótica”, em duas etapas diferentes: inicialmente, simulando a perspectiva de estudantes do Ensino Médio, posteriormente, utilizando os formalismos algébricos do Ensino Superior. O objetivo foi analisar como professores em formação transitam entre diferentes níveis de raciocínio matemático ao trabalhar com essas equações. Com base nos pressupostos teóricos da Resolução de Problemas e da Teoria dos Números, a pesquisa adota uma abordagem qualitativa, examinando as produções escritas de quatro grupos de mestrandos e doutorandos. Os resultados mostram que a transição da exploração numérica e da análise de divisibilidade para a solução geral paramétrica favorece uma compreensão mais abrangente das condições de existência e da completude das soluções, auxiliando na ressignificação dos conteúdos da educação básica durante a formação docente. A atividade demonstrou ser uma ponte epistemológica eficiente entre o saber matemático escolar e o acadêmico, estando em consonância com as competências estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para os níveis fundamental e médio.

**Palavras-chave:** Equações Diofantinas Lineares. Teoria dos Números. Formação de Professores. Resolução de Problemas. BNCC.

<sup>1</sup> Mestrando em Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, Brasil.  
E-mail: [elalexandre.l@aluno.uepb.edu.br](mailto:elalexandre.l@aluno.uepb.edu.br) Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-4223-3909>

<sup>2</sup> Doutor em Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, Paraíba, Brasil.  
E-mail: [isabellesilva@servidor.uepb.edu.br](mailto:isabellesilva@servidor.uepb.edu.br) Orcid: <https://orcid.org/0009-0000-8293-6619>

## ABSTRACT

This article describes a pedagogical experience conducted during a seminar in the Fundamentals of Number Theory course within the Postgraduate Program in Science Teaching and Mathematics Education at a state university in Paraíba, in the context of an academic master's degree in Mathematics Education. The activity involved solving a problem related to Linear Diophantine Equations, "The Robotics Fair Challenge", in two distinct stages: initially, simulating the perspective of high school students, and later, using the algebraic formalisms of higher education. The objective was to analyze how teachers in training transition between different levels of mathematical reasoning when working with these equations. Grounded in the theoretical frameworks of Problem Solving and Number Theory, this qualitative research examines the written work produced by four groups of master's and doctoral students. The results show that the transition from numerical exploration and divisibility analysis to general parametric solutions fosters a more comprehensive understanding of the conditions for existence and completeness of solutions, contributing to the re-signification of basic education content during teacher preparation. The activity proved to be an efficient epistemological bridge between school mathematics and academic mathematics, fully aligned with the competencies established by the National Common Curricular Base (BNCC) for middle and high school levels.

**Keywords:** Linear Diophantine Equations. Number Theory. Teacher Education. Problem Solving. BNCC.

## RESUMEN

Este artículo describe una experiencia pedagógica realizada durante un seminario de la asignatura Fundamentos de Teoría de Números del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y Educación Matemática de una universidad del estado de Paraíba, en el contexto de una maestría académica en Educación Matemática. La actividad planteó la solución de un problema relacionado con el contenido Ecuaciones Diofánticas Lineales, "El Desafío de la Feria de Robótica", en dos etapas diferentes: inicialmente, simulando la perspectiva de estudiantes de Educación Secundaria; posteriormente, utilizando los formalismos algebraicos de la Educación Superior. El objetivo fue analizar cómo los profesores en formación transitan entre diferentes niveles de razonamiento matemático al trabajar con estas ecuaciones. Con base en los presupuestos teóricos de la Resolución de Problemas y de la Teoría de Números, la investigación adopta un enfoque cualitativo, examinando las producciones escritas de cuatro grupos de estudiantes de maestría y doctorado. Los resultados muestran que la transición de la exploración numérica y del análisis de divisibilidad hacia la solución general paramétrica favorece una comprensión más amplia de las condiciones de existencia y de la completitud de las soluciones, ayudando a la resignificación de los contenidos de la educación básica durante la formación docente. La actividad demostró ser un puente epistemológico eficiente entre el saber matemático escolar y el académico, estando en consonancia con las competencias establecidas en la Base Nacional Común Curricular (BNCC) para los niveles de educación primaria y secundaria.

**Palabras clave:** Ecuaciones Diofánticas Lineales. Teoría de Números. Formación de Profesores. Resolución de Problemas. BNCC.



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución- NoComercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

## INTRODUÇÃO

Um dos assuntos mais interessantes e historicamente significativos da Teoria dos Números são as equações diofantinas lineares. Definidas pela procura de soluções inteiras para equações polinomiais com coeficientes igualmente inteiros, essas equações criam uma conexão conceitual entre a aritmética básica e a álgebra abstrata. Elas evidenciam estruturas profundas que atravessam a matemática desde a antiguidade até suas utilizações atuais em criptografia e segurança da informação. A origem desse campo remonta a Diofanto de Alexandria, um matemático grego que provavelmente viveu no século III d.C. Sua obra fundamental, *Arithmetica*, lançou os fundamentos para o que hoje chamamos de análise diofantina. Embora tenha grande importância teórica e diversas aplicações, o tratamento formal das equações diofantinas lineares raramente é incluído nos currículos da educação básica no Brasil, restringindo-se geralmente aos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere que, no ensino fundamental, sejam desenvolvidas competências que se relacionam diretamente com os pré-requisitos das equações diofantinas. Isso inclui classificar números como primos ou compostos, estabelecer relações entre múltiplos e divisores, resolver problemas que envolvem MDC e MMC e representar situações-problema por meio de sistemas de equações do 1º grau. No ensino médio, a competência EM13MAT301, que aborda a resolução de problemas do cotidiano com equações lineares simultâneas, permite situações que, mesmo não sendo chamadas de diofantinas, demandam raciocínios semelhantes e podem ser utilizadas para enriquecer o currículo.

Este artigo descreve uma experiência de seminário conduzida na disciplina Fundamentos de Teoria dos Números, na qual mestrandos e doutorandos em Educação Matemática foram convidados a resolver o “Desafio da Feira de Robótica” em duas ocasiões diferentes. O primeiro momento simulou a abordagem de alunos do ensino médio, privilegiando estratégias heurísticas e exploração numérica; o segundo momento exigiu a aplicação dos formalismos algébricos característicos do ensino superior, incluindo o Algoritmo de Euclides e a solução geral paramétrica.

## REFERENCIAL TEÓRICO

O estudo das Equações Diofantinas Lineares remonta à Antiguidade, encontrando em Diofanto de Alexandria um de seus principais expoentes ao buscar soluções inteiras ou racionais para equações polinomiais. No contexto do Ensino Médio, o foco recai sobre as equações diofantinas lineares com duas incógnitas, expressas pela forma  $ax + by = c$ , onde  $a, b$  e  $c \in \mathbb{Z}$  são constantes inteiras conhecidas,  $(a, b) \neq 0$  (ou seja, nenhum dos coeficientes é nulo),  $x$  e  $y$  são incógnitas cujos valores se busca no conjunto dos números inteiros  $\mathbb{Z}$ .

A condição de existência de soluções inteiras para a equação  $ax + by = c$  é estabelecida pelo **Teorema de Bézout**, um dos resultados fundamentais da Teoria dos Números. Este teorema afirma que a equação diofantina linear  $ax + by = c$  possui solução inteira se, e somente se,

$$\text{mdc}(a, b) \mid c \quad (1)$$

onde:

$\text{mdc}(a, b)$  = máximo divisor comum dos coeficientes  $a$  e  $b$

$c$  = termo independente

Uma vez estabelecida a existência de soluções, e encontrada uma solução particular  $(x_0, y_0)$ , o que pode ser feito por inspeção, tentativa e erro, ou sistematicamente pelo Algoritmo de Euclides estendido, a solução geral da equação diofantina linear é dada pela expressão paramétrica:

$$x = x_0 + \frac{b}{d}t \text{ e } y = y_0 + \frac{a}{d}t \quad (2)$$

onde:

$x_0$  e  $y_0$  = solução particular

$a$  e  $b$  = pertencem ao conjunto dos números inteiros

$d$  = máximo divisor comum dos coeficientes  $a$  e  $b$

$t$  = pertence ao conjunto dos números inteiros

Essa fórmula descreve toda a família infinita de soluções inteiras da equação. A variação do parâmetro  $t$  percorre todos os inteiros, gerando sucessivamente novas soluções que mantêm a igualdade  $ax + by = c$ .

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) orienta que o desenvolvimento do pensamento algébrico seja estimulado desde os anos finais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, promovendo a transição da aritmética para a modelagem matemática. No Ensino Fundamental, o foco inicial se dá pela identificação de regularidades e pelo uso de equações lineares para resolver problemas práticos, conforme preconizam as habilidades EF07MA01 (investigação de múltiplos e divisores) e EF08MA08 (análise de sistemas de equações lineares).

Ao alcançar o Ensino Médio, essa compreensão ganha profundidade por meio das competências EM13MAT301 e EM13MAT302, que determinam que o estudante seja capaz de resolver e formular problemas com estruturas matemáticas complexas em diferentes contextos, utilizando a linguagem algébrica para modelar situações que envolvem variáveis inteiras e restrições lineares. Desse modo, o estudo das equações diofantinas atua como uma ponte pedagógica ideal, aliando conceitos de divisibilidade e representações geométricas à resolução de problemas desafiadores.

A escolha metodológica de expor o conteúdo de equações diofantinas lineares através de uma situação-problema contextualizada, “O Desafio da Feira de Robótica”, tem como base a metodologia da Resolução de Problemas. Os princípios dessa teoria foram inicialmente sistematizados por George Polya em seu livro clássico “How to Solve It” (1945).

Polya (1945) propõe um modelo heurístico para a resolução de problemas matemáticos estruturado em quatro fases distintas: Compreensão do problema, Elaboração de um plano, Execução do plano e Retrospecto (ou verificação).

Pommer (2013) defende que, no caso específico das equações diofantinas lineares, a abordagem por meio da resolução de problemas é especialmente apropriada, pois possibilita que os alunos experimentem diversas estratégias antes de serem introduzidos aos algoritmos formais.

A atividade sugerida no seminário integrou intencionalmente os princípios de Polya, guiando os participantes por um trajeto que começava com a exploração heurística (primeiro momento) e terminava na formalização algébrica (segundo momento). Essa estrutura pretendia mostrar como o entendimento formal da Teoria dos Números pode enriquecer e expandir as estratégias intuitivas inicialmente utilizadas, sem, no entanto, desvalidá-las ou substituí-las completamente.

## METODOLOGIA

Esta pesquisa é caracterizada como um relato de experiência de natureza qualitativa. O estudo teve como objetivo descrever e analisar uma intervenção didática realizada em um ambiente natural de ensino, um seminário de pós-graduação, priorizando a compreensão dos processos e significados construídos pelos participantes em vez de mensurar os resultados quantitativamente.

A atividade foi realizada no contexto da disciplina Fundamentos de Teoria dos Números, tendo como participantes mestrandos e doutorandos que cursavam a disciplina e correspondem exatamente ao perfil que se deseja investigar: profissionais que trabalham na interseção entre o conhecimento matemático acadêmico e a prática de ensino na Educação Básica.

O problema elaborado para a atividade foi intitulado “O Desafio da Feira de Robótica” e apresentava a seguinte situação:

O clube de robótica de uma escola está vendendo itens personalizados para arrecadar fundos para uma competição, possuindo dois itens no catálogo:

- a) chaveiro de engrenagem, a R\$ 14,00 cada;
- b) mini Robô de estante, a R\$ 26,00 cada.

Ao final do evento, o tesoureiro do clube informou que a arrecadação total com esses dois itens foi de R\$ 222,00. Pergunta: Sabendo que o clube vendeu pelo menos uma unidade de cada item, quais são as combinações possíveis de quantidades de chaveiros e mini robôs que resultam nesse valor exato?

A atividade foi conduzida em duas etapas distintas, correspondendo aos dois momentos de análise.

**Primeiro momento** – perspectiva do ensino médio, com duração de 30 minutos, os grupos foram orientados a solucionar o problema usando apenas os conhecimentos que considerassem ao alcance de um estudante do ensino médio, sendo destacado que nem o formalismo da solução geral paramétrica nem o Algoritmo de Euclides deveriam ser utilizados. Os participantes foram encorajados a documentar minuciosamente seu processo de pensamento, incluindo tentativas, falhas, revisões e percepções, podendo utilizar linguagem verbal, tabular ou algébrica básica.

**Segundo momento** – perspectiva do ensino superior, com duração de 45 minutos, os mesmos grupos foram instruídos a resolver o problema novamente, desta vez utilizando os

conceitos formais da Teoria dos Números aprendidos na disciplina, devendo calcular o MDC dos coeficientes, verificar a condição de existência de soluções, encontrar uma solução particular, escrever a solução geral paramétrica e, finalmente, determinar quais soluções atendiam às restrições do contexto do problema.

As produções escritas de cada grupo foram recolhidas ao final de cada momento e constituem o corpus principal de análise. Complementarmente, o pesquisador registrou observações sobre o processo de resolução, incluindo as interações entre os membros dos grupos, as dúvidas manifestadas e as estratégias descartadas.

A análise dos dados seguiu os princípios da análise de conteúdo proposta por Bardin (2016), organizando-se em torno de um fluxo contínuo que compreendeu a pré-análise e leitura flutuante das produções, a codificação das respostas, a categorização temática das estratégias utilizadas e, por fim, a inferência e interpretação dos resultados obtidos, buscando compreender as transições cognitivas e as relações entre os diferentes níveis de abordagem matemática.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A avaliação das produções escritas dos quatro grupos, em ambos os momentos da atividade, evidenciou padrões diferentes de pensamento e uma clara mudança de estratégias entre a abordagem do Ensino Médio e a do Ensino Superior.

### Primeiro Momento – Estratégias Inspiradas no Ensino Médio

Todos os grupos conseguiram identificar pelo menos uma solução para o problema, a saber, a combinação  $(x = 14, y = 1)$ . Contudo, apenas dois dos quatro grupos identificaram a segunda solução válida,  $(x = 1, y = 8)$ . As estratégias empregadas variaram em sofisticação e sistematicidade: os Grupos 1 e 2 utilizaram tentativa e erro, testando valores sucessivos de  $x$  e  $y$  até localizar as soluções  $(1, 8)$  e  $(14, 1)$ ; o Grupo 3 simplificou a equação por 2, obtendo  $7x + 13y = 111$ , e em seguida aplicou tentativa e erro para encontrar as mesmas duas soluções; e o Grupo 4 realizou uma tabulação exaustiva de valores de  $x$  entre 1 e 7, mas encontrou apenas a solução

(14, 1).

## Segundo Momento – Perspectiva do Ensino Superior

Os grupos aplicaram o Algoritmo de Euclides para calcular  $\text{mdc}(14, 26) = 2$  e verificaram que esse valor divide  $c = 222$  ( $222 \div 2 = 111$ ), confirmando a condição de existência de soluções estabelecida pelo Teorema de Bézout. Utilizando tentativa e erro, os grupos localizaram as soluções particulares  $(x_0, y_0) = (14, 1)$  e  $(x_0, y_0) = (1, 8)$ . A partir desta última, apenas os Grupos 1 e 4 conseguiram escrever a solução geral paramétrica,  $x = 1 + 13t$  e  $y = 8 - 7t$ , com  $t \in \mathbb{Z}$ . Somente o Grupo 4 avançou até a etapa de restrição ao contexto do problema, impondo as condições  $x \geq 1$  e  $y \geq 1$  para obter os limites do parâmetro  $t$ . Nenhum dos quatro grupos, entretanto, chegou a elaborar explicitamente o conjunto final de soluções válidas para o problema.

Os resultados expostos levantam questões significativas a respeito da formação de docentes de Matemática e das oportunidades de incluir equações diofantinas lineares no currículo da educação básica. Uma das descobertas mais relevantes da experiência foi a percepção de que o estudo formal das equações diofantinas lineares, dentro da Teoria dos Números, proporciona uma nova perspectiva sobre conteúdos que os docentes já dominavam e provavelmente já ministravam na educação básica. No contexto escolar, conceitos como múltiplos, divisores, MDC, paridade e simplificação de equações são geralmente abordados de maneira isolada e processual. No entanto, quando são interligados ao problema diofantino, esses conceitos adquirem um novo sentido.

## CONCLUSÃO

O seminário de Equações Diofantinas Lineares, organizado com base na solução do “Desafio da Feira de Robótica” em duas abordagens distintas, mostrou-se uma abordagem pedagógica eficaz para a capacitação de docentes de Matemática. Ao vivenciarem a dualidade de perspectivas, primeiro como “alunos do Ensino Médio” e depois como “estudantes universitários”, os mestrandos e doutorandos tiveram a oportunidade de vivenciar na prática a transição cognitiva que marca o aprofundamento do conhecimento matemático.

Os resultados da experiência permitem extrair algumas conclusões principais. Em primeiro lugar, a valorização das estratégias heurísticas: as abordagens de tentativa e erro,

tabulação e análise de paridade, mobilizadas no primeiro momento, demonstraram ser recursos legítimos e eficazes para a resolução de problemas diofantinos simples. Em segundo lugar, a potência do formalismo algébrico: a abordagem do segundo momento evidenciou como os conceitos formais da Teoria dos Números conferem rigor, generalidade e completude à análise de problemas indeterminados, capacitando o professor a responder a questionamentos que as estratégias heurísticas, por si sós, não conseguem abordar. Em terceiro lugar, a resignificação de conteúdos escolares: o estudo das equações diofantinas lineares promove uma ampliação de significado de conceitos aritméticos fundamentais, como múltiplos, divisores e MDC, conferindo-lhes uma profundidade e uma relevância que transcendem suas aplicações imediatas no currículo da Educação Básica. Por fim, o alinhamento com a BNCC: a atividade demonstrou como problemas envolvendo equações diofantinas podem ser utilizados para desenvolver, de forma integrada e contextualizada, diversas habilidades previstas na BNCC para os Ensinos Fundamental e Médio, especialmente aquelas relacionadas a múltiplos, divisores, sistemas de equações e modelagem matemática.

Como conclusão, é fundamental incluir tópicos da Teoria dos Números, como as equações diofantinas lineares, na formação inicial e continuada dos docentes de Matemática. Não é uma questão de fazer da Educação Básica um curso preparatório para a universidade, mas de habilitar os professores para que possam identificar, valorizar e aprimorar o raciocínio matemático de seus estudantes em toda a sua profundidade e complexidade.

## AGRADECIMENTOS

Os autores expressam seus sinceros agradecimentos ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) Campus I, Campina Grande – PB, pelo apoio institucional e acadêmico ao longo do desenvolvimento deste estudo.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: a cognitive view**. New York: Holt, Rinehart, and Winston Inc., 1968.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC,

2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 02 mar. 2026.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.  
HEFEZ, A. **Aritmética**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

MACÊDO, Mauricio José Nascimento; CARDOSO, Mikaelle Barboza. **Equações Diofantinas Lineares: aspectos históricos e contribuições nos processos de ensino e aprendizagem**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, Fortaleza, v. 12, n. 34, p. 1-15, 2025. DOI:10.30938/bocehm.v1li33.11186. Disponível em: <https://doi.org/10.30938/bocehm.v1li33.11186>. Acesso em: 14 abr. 2026.

PINHEIRO, Larissa S.; LOBATO, Fabrício da S.; VALDIVIA, Tania M. B. **O desenvolvimento histórico das equações diofantinas**. In: BIENAL DE MATEMÁTICA, 11., 2024, São Carlos. Anais... São Carlos: UFSCar, 2024. Disponível em: [https://sbm.org.br/xi-bienal/wp-content/uploads/sites/31/2024/07/XI\\_BM\\_POSTer\\_Larissa\\_Pinheiro.pdf](https://sbm.org.br/xi-bienal/wp-content/uploads/sites/31/2024/07/XI_BM_POSTer_Larissa_Pinheiro.pdf). Acesso em: 14 abr. 2026.

PÓLYA, George. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. Princeton: Princeton University Press, 1945.

POMMER, Wagner Marcelo. **Equações Diofantinas Lineares no Ensino Básico: Uma abordagem didático-epistemológica**. 1. ed. Edição do Autor, 2013. ISBN: 978-85-914891-2-1.

RIBEIRO, Rildo. **Equações diofantinas: uma abordagem para o ensino médio**. 2014. 43 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, Brasília, 2014.

SANTOS, Lucas Azevedo dos. **Equações diofantinas lineares: uma introdução para o ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2016.